

Алгоритм расчета температурозависимых теплофизических характеристик полимерных композитов в ИИС

О. С. Дмитриев, email: phys@tstu.ru

А. А. Живенкова, А. О. Дмитриев

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»

Аннотация. Предложены метод, итерационная процедура и алгоритм расчета теплофизических характеристик на основе решения интегро-функционального уравнения Вольтерра, входящий в состав информационно-измерительной системы исследования свойств полимерных композитов. Приведена блок-схема алгоритма.

Ключевые слова: алгоритм, информационно-измерительная система, интегро-функциональное уравнение, полимерные композиты, теплофизические характеристики.

Введение

Технология производства полимерных композитов включает тепловую обработку армирующего наполнителя пропитанного термореактивным полимерным связующим по специальному температурно-временному режиму отверждения [1]. Нахождение оптимальных режимов отверждения полимерных композитов на основе термореактивных связующих целесообразно выполнять с применением математической модели с соответствующими параметрами [2, 3].

Одними из основных параметров математической модели процесса отверждения полимерных композитов, которые характеризуют интенсивность теплообменных процессов, являются теплофизические характеристики (ТФХ). Определение ТФХ предусматривает сбор и обработку большого объема экспериментальных данных, к которым относятся температура, плотность теплового потока, измеренные во времени и по толщине, что требует применения информационно-измерительной системы (ИИС) [4] и разработки соответствующего алгоритмического обеспечения ИИС для расчета ТФХ [5].

На сегодняшний день разработано множество различных методов определения ТФХ, у которых имеются различные специфические особенности их использования. Однако имеется очень мало методов для определения ТФХ, которые обладали бы высокой точностью и позволили бы исследовать температурную зависимость ТФХ в широком диапазоне температур и для любых условий проведения эксперимента.

1. Математическая модель теплового процесса отверждения полимерных композитов

Термокинетический процесс отверждения полимерных композитов включает в себя нагрев изделия по заданному режиму, в течение которого протекает химическая реакция сшивки связующего. Для определения ТФХ композита математическая модель должна включать только процессы теплопереноса, причем для исследования ТФХ целесообразно использовать специальные образцы и тепловые режимы, имитирующие технологические режимы отверждения.

Процесс исследования ТФХ необходимо организовывать так, чтобы температурное распределение в экспериментальном образце соответствовало температурному полю полубесконечной пластины, которое создается путем одностороннего нагрева образца плоской формы с тепловой изоляцией противоположной нагревателю стороны образца. В связи с этим при построении математической модели нагрева образца будут заданы граничные условия второго рода. ТФХ полимерных композитов, в большинстве случаев, существенно зависят от температуры особенно в процессе отверждения. Поэтому нами будет рассмотрен случай, когда ТФХ значительно зависят от температуры и эксперимент проведен в условиях возмущения температурного поля.

В указанных условиях математическая модель процесса нагрева при отверждении полимерных композитов представляется в виде дифференциального уравнения теплопроводности с граничными условиями второго рода:

$$\begin{aligned} C(T) \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right), \\ T &\equiv T(x, t), \quad 0 < x < L, \quad 0 < t \leq t_m, \\ T(x, 0) &= f_0(x), \quad 0 \leq x \leq L, \\ -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= q_0(t), \quad 0 < t \leq t_m, \\ -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} &= q_L(t), \quad 0 < t \leq t_m. \end{aligned} \tag{1}$$

где C – объемная теплоемкость, Дж/(м³·К); f_0 – начальное температурное распределение, К; q_0 , q_L – величины тепловых потоков на поверхностях образца, Вт/м²; L – толщина образца, м; T – температура, К; t – время, с; t_m – продолжительность эксперимента, с; x – пространственная координата, м; λ – теплопроводность, Вт/(м·К).

2. Метод и алгоритм расчета теплофизических характеристик полимерных композитов в зависимости от температуры

Большинство современных методов определения теплофизических характеристик материалов основаны на решении обратной задачи теплопроводности (ОЗТ), которая отражает связь между пространственными и временными изменениями температуры исследуемого объекта под действием источника тепла [6]. Поскольку ТФХ материала обуславливают распределение тепла в нем, а, следовательно, и его температурное поле $T(x, t)$, то по известному изменению температуры тела можно рассчитать его теплоемкость и теплопроводность. Однако решение задачи теплопроводности с нелинейными ТФХ является трудной задачей. В связи с этим в эксперименте стремятся реализовать такие начальные и граничные условия, которые позволили бы упростить расчетные уравнения.

Одним из методов решения обратных задач теплопроводности является интегральное представление решения ОЗТ, когда искомые коэффициенты дифференциального уравнения записывают в виде совокупности интегралов от температуры и теплового потока [6]. В случае температурной зависимости коэффициентов теплопереноса $C(T)$ и $\lambda(T)$ метод позволяет привести дифференциальное уравнение (1) к эквивалентному интегро-функциональному уравнению и построению итерационной процедуры относительно интегрального представления J_c . Результатом решения являются функции $C(T)$ и $\lambda(T)$. В качестве первого приближения теплоемкости и теплопроводности используются значения, рассчитанные по формулам (4), (5), полученным в [5]. Дальнейший расчет производится по следующим итерационным процедурам, подробно описанным в [6]:

$$J_c^{[0]}(T(x_i, t_j)) = \int_{T(x_i, t_i)}^{T(x_i, t_j)} C^{[0]}(s) ds, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (2)$$

$$J_c^{[i]}(T_L(t)) = J_c^{[i-1]}(T_L(t)) + \frac{q_L(t) - q_0(t) + \frac{dF(t)}{dt}}{V(T_L(t), t)} \quad (3)$$

где $F(t) = \int_0^L (J_c^{[i-1]}(T(x, t)) - J_c^{[i-1]}(T(x, 0))) dx$, $V(T_L(t), t) = \frac{\partial T^{[-1]}(T_L(t), t)}{\partial t}$.

С использованием найденных значений начального приближения теплоемкости $C^{[0]}$ [5] и экспериментально измеренной температуре, по

уравнению (2) рассчитываем функцию $J_c^{[0]}(T(x_i, t_j))$ и подставляем в итерационную процедуру (3). Выполняя процесс (3), после каждой итерации i расчета $J_c^{[i]}(T_L(t))$ вычисляем объемную теплоемкость $C^{[i]}(T_L(t)) = \frac{dJ_c^{[i]}(T_L(t))}{dT_L(t)}$ и пересчитываем $J_c^{[i]}(T(x_i, t))$ по $J_c^{[i-1]}(T_L(t))$, аналогично расчету $C(T(x_i, t_j))$ по $C(T_{cp}(t_j))$ как в работе [5].

В каждой точке t_j рассчитанное последующее приближение $C^{[i]}(T)$ сравнивается с предыдущим значением $C^{[i-1]}(T)$, определяется их максимальное различие и выполняется сравнение с заданной точностью сходимости ε . Достижение заданной точности определяет необходимость окончания итераций:

$$\max_{T_L(t_j)} \left| \frac{C^{[i]}(T_L(t_j)) - C^{[i-1]}(T_L(t_j))}{C^{[i-1]}(T_L(t_j))} \right| < \varepsilon, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

Вычисленные значения объемной теплоемкости $C(T)$ далее используются для расчета теплопроводности $\lambda(T)$. Для начала расчетов по формуле (5) полученной в [5] находим значение теплопроводности, отнесенное к среднеинтегральной температуре $\lambda(T_{cp}(t))$:

$$\lambda^{[0]}(T_{cp}(t_j)) = \frac{Lq_L(t_j) - C(T(t_j)) \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^n B_i T(x_i, t_j)}{T_L(t_j) - T_0(t_j)}. \quad (5)$$

Затем, используя рассчитанную, отнесенную к среднеинтегральной температуре теплопроводность $\lambda(T_{cp}(t))$, вычисляем теплопроводность, отнесенную к температурам на поверхности образца $\lambda(T_0(t))$ и $\lambda(T_L(t))$ пошагово аналогично тому, как это делалось для расчета $C(T_L(t_j))$:

$$\lambda(T_L(t_j)) = \lambda(T_0(t_j)) \frac{T_0'(t_j)}{T_L'(t_j)} + \frac{1}{T_L'(t_j)} \left[\frac{d}{dt} \left(\sum_{i=0}^n B_i \frac{d\theta(x_i, t_j)}{dt} \right) - Lq_L'(t_j) \right], \quad (6)$$

$$T(x_i, t_j)$$

где $\theta(x_i, t_j) = \int_{T(x_i, t_j)} C(s) ds$, B_i - веса квадратурной формулы.

Для устранения шумов, искажающих значения температурного поля, используем предварительное сглаживание экспериментальных значений температуры $T(x_i, t_j)$ с помощью сплайн-функции.

Блок-схема алгоритма расчета ТФХ как функций температуры на основе интегрального преобразования ОЗТ в виде интегро-функционального уравнения представлена на рис. 1.

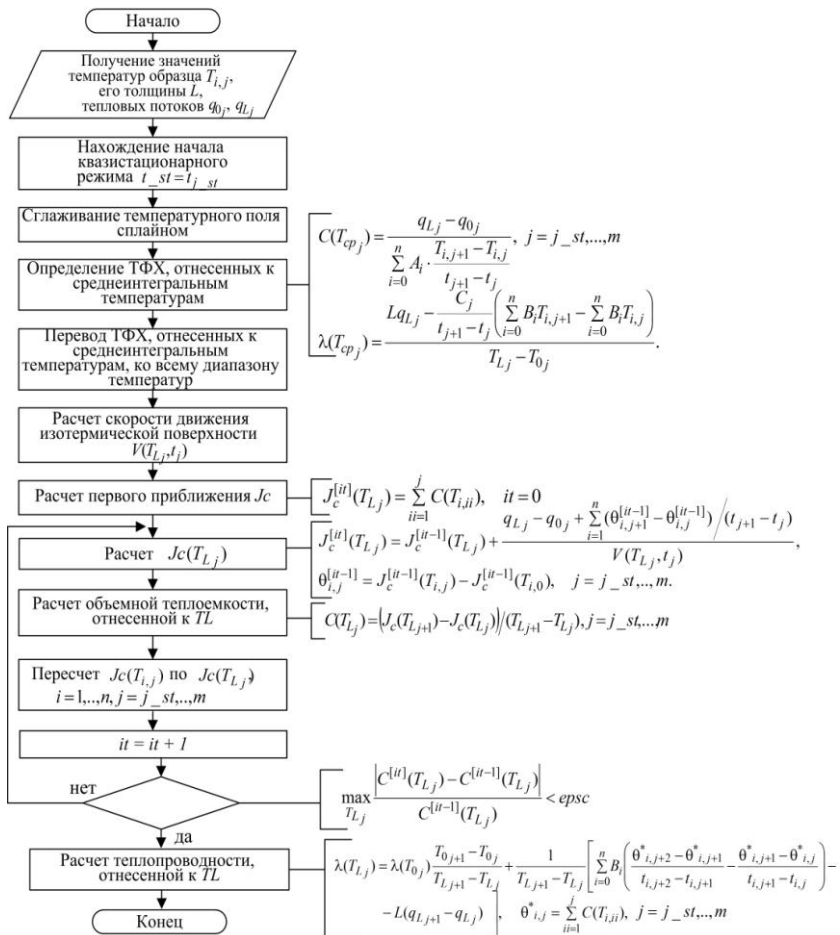


Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета ТФХ как функций температуры на основе интегрального преобразования ОЗТ в виде интегро-функционального уравнения

Заключение

Полученный алгоритм позволяют проводить расчет ТФХ материалов с существенной температурной зависимостью, которая имеет место в процессах отверждения полимерных композитов связанной с химической реакцией и структурными превращениями материала.

Список литературы

1. Дмитриев, О.С. Оптимизация режима отверждения изделий из полимерных композитов на основе клеевых препрегов / О.С. Дмитриев, В.Н. Кириллов, С.В. Мищенко, С.О. Дмитриев // Клеи, герметики, технологии. – 2009. – № 5. – С. 17-24.
2. Мищенко, С.В. Математическое моделирование процесса отверждения изделия из полимерных композиционных материалов методом горячего прессования / С.В. Мищенко, О.С. Дмитриев, С.В. Пономарев // Вестник ТГТУ. – 1998. – Т. 4. № 4. – С. 390-399.
3. Дмитриев, О.С. Тепломассоперенос и кинетика отверждения полимерного композиционного материала при автоклавном вакуумном формовании изделий / О.С. Дмитриев, В.Н. Кириллов, С.В. Мищенко, А.О. Дмитриев // Инженерная физика. – 2010. №9. – С. 3-12.
4. Дмитриев, О.С. Измерительно-вычислительная система для исследования свойств клеевых препрегов и расчета режимов отверждения ПКМ на их основе / О.С. Дмитриев, В.Н. Кириллов, С.В. Мищенко, А.О. Дмитриев // Клеи. Герметики. Технологии. – 2009. – № 6. – С. 22-28.
5. Дмитриев, О.С. Алгоритмическое обеспечение ИИС для исследования теплофизических характеристик полимерных композитов / О.С. Дмитриев, А.А. Живенкова, А.О. Дмитриев // Информатика: проблемы, методология, технологии: сб. матер. XIX междунар. научно-метод. конф. Под ред. Д.Н. Борисова. – Воронеж, 2019. – С. 265-270.
6. Дмитриев, О.С. Численно-аналитическое решение нелинейной коэффициентной обратной задачи теплопроводности / О.С. Дмитриев, А.А. Живенкова // Инженерно-физический журнал. – 2018. – Т. 91. № 6. – С. 1426-1437.